

### Instrucciones:

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**; **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado. **Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara.** Se permite el uso de calculadoras.

### Modelo-4-1997

#### Opción A

**Ejercicio 1.** Considera la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = (x - 2)e^x$ .

- Determina los intervalos en los que la función  $f$  es creciente
- Dibuja la región limitada por la gráfica de  $f$ , el eje de abscisas y las rectas de ecuaciones  $x = 1$  y  $x = 3$ .
- Halla el área de la región descrita en el apartado anterior

**Ejercicio 2.** Una cierta función  $p$  se define como el cociente de dos funciones derivables  $f$  y  $g$ , es decir  $p(x) = f(x)/g(x)$ . En un punto  $a$  de su dominio la función  $p$  tiene un mínimo relativo y sabemos que  $f'(a) = 6$  y  $g'(a) = 2$ . ¿Puedes obtener el valor de  $p'(a)$ ? Razona tu respuesta

**Ejercicio 3.** Sabiendo que la matriz  $A$  verifica la relación  $A + 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

resuelve el sistema  $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

**Ejercicio 4.-** Considera el tetraedro formado por el origen de coordenadas y los tres puntos en los que el plano  $\Pi : 2x + 3y + 6z - 6 = 0$  corta a los ejes coordenados.

- Describe un procedimiento para calcular el volumen del tetraedro y calcula efectivamente su valor.
- Calcula razonadamente las coordenadas del punto simétrico al origen de coordenadas respecto al plano  $\Pi$ .

#### Opción B

**Ejercicio 1.** Una locomotora sale de una estación y viaja durante una hora a lo largo de una trayectoria rectilínea. La velocidad de la locomotora al cabo de  $t$  horas viene dada en km./h., por la fórmula

$$V(t) = 400t^3 - 1200t^2 + 800t \quad (0 \leq t \leq 1)$$

- Calcula el espacio total que recorre la locomotora.
- Determina la velocidad máxima que alcanza la locomotora y el instante en el que lo hace.

**Ejercicio 2.** Considera la función valor absoluto, es decir, la función  $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  dada por  $f(x) = |x|$ .

- Estudia la derivabilidad de  $f$ .
- Dibuja la gráfica de  $f$ .

(b) Halla  $\int_{-2}^2 |x| dx$

**Ejercicio 3.** Considera los puntos  $P = (1, 1, 1)$  y  $Q = (-1, -1, 2)$

- Halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos que se encuentran a igual distancia del punto  $P$  que del punto  $Q$ .
- Halla la ecuación del plano que corta perpendicularmente y en su punto medio al segmento que une los puntos  $P$  y  $Q$ .

**Ejercicio 4.** Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

- Comprueba que se verifica  $A^2 - 2A + I = O$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden 3.
- Usando la igualdad anterior, calcula razonadamente  $A^{-1}$  y  $A^2$ .